

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/358768048>

# MENUMBUHKAN DAYA NALAR MELALUI MATEMATIKA DISKRIT (Teori dan Aplikasi dalam Ilmu Pendidikan)

Book · February 2022

CITATIONS

0

READS

125

3 authors, including:



**Muhammad Ikram**

Universitas Cokroaminoto Palopo

27 PUBLICATIONS 65 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Mathematics Education [View project](#)

**MENUMBUHKAN DAYA NALAR MELALUI  
MATEMATIKA DISKRIT**

*(Teori dan Aplikasi dalam Ilmu Pendidikan)*

**Dwi Risky Arifanti  
Muhammad Ikram  
Muhammad Muzaini**



**pena persada**

**PENERBIT CV. PENA PERSADA**

**MENUMBUHKAN DAYA NALAR MELALUI  
MATEMATIKA DISKRIT  
(Teori dan Aplikasi dalam Ilmu Pendidikan)**

**Penulis:**

Dwi Risky Arifanti  
Muhammad Ikram  
Muhammad Muzaini

**ISBN : 978-623-315-981-4**

**Design Cover :**

Retnani Nur Brilliant

**Layout :**

Eka Safitry

**Penerbit CV. Pena Persada**

**Redaksi :**

Jl. Gerilya No. 292 Purwokerto Selatan, Kab. Banyumas  
Jawa Tengah

Email : penerbit.penapersada@gmail.com

Website : penapersada.com Phone : (0281) 7771388

**Anggota IKAPI**

All right reserved

Cetakan pertama : 2022

Hak Cipta dilindungi oleh undang-undang. Dilarang  
memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa  
izin penerbit

## PRAKATA

Menumbuhkan daya nalar merupakan ide pokok yang sangat penting dikembangkan khususnya bagi mahasiswa. Hal ini disebabkan berdasarkan hasil penelitian mengenai kemampuan bernalar seseorang, diperoleh informasi bahwa daya nalar seseorang tergantung pada permasalahan yang diberikan. Dalam hal ini permasalahan yang mampu mengkonstruksi kemampuan mahasiswa dalam berpikir. Jadi dibutuhkan suatu bahan ajar yang minimal mampu menumbuhkan daya nalar mahasiswa melalui kegiatan pembelajaran, indikator keberhasilan seorang mahasiswa bukan dari segi mengajar seorang dosen. Melainkan bahan ajar yang disajikan sesuai dengan struktur kognitif mahasiswa yang setiap materi yang disajikan memiliki tujuan khusus yaitu menumbuhkan kemampuan mahasiswa bukan dalam hal menguasai seluruh materi yang ada. Sehingga buku ini disusun dengan mengkonstruksi setiap permasalahan yang mampu menumbuhkan kemampuan bernalar mahasiswa disertai dengan penerapan dalam ilmu pendidikan.

Proses penyusunan buku ajar ini menggunakan Sistem Latex dan semua output dari buku ini bersifat *open source* mulai dari penulisan, rumus matematika hingga aturan lainnya dan dirancang saling terintegrasi antara setiap pembahasan. Kemudian, buku ini dirancang dengan tujuan sebagai buku ajar untuk mahasiswa yang memprogramkan mata kuliah matematika diskrit yang merupakan mata kuliah yang wajib diprogramkan oleh mahasiswa khususnya di Perguruan Tinggi yang membidangi ilmu pendidikan. Selain untuk mahasiswa, buku ini juga disusun untuk tenaga pendidik dalam hal ini dosen yang mengampuh mata kuliah tersebut dan merupakan salah satu acuan dalam proses pembelajaran. Buku ini disusun untuk merevisi buku-buku yang beredar dikalangan mahasiswa maupun dosen yang kenyataannya tidak sesuai dengan level berpikir dan struktur kognitif mahasiswa sehingga tidak ada tujuan jangka panjang setelah mempelajari mata kuliah tersebut. Oleh karena itu selain untuk mahasiswa, buku ajar ini sangat cocok digunakan oleh

tenaga pendidik baik guru maupun dosen. Dalam buku ini permasalahan-permasalahan yang diberikan mampu didesign ulang dan tergolong mampu menumbuhkan daya nalar mahasiswa pada umumnya karena permasalahan yang disajikan terstruktur, mulai dari permasalahan sederhana hingga permasalahan yang non rutin. Ide penalaran sengaja dijadikan fokus utama dalam buku ini, mengingat pentingnya menyusun fondasi pemikiran dan bagaimana proses berpikir mahasiswa baik secara deduktif maupun secara induktif. Dengan semangat ingin menyusun fondasi pemikiran tersebut, maka diperlukan suatu bahan acuan yang diperlukan oleh tenaga pendidik untuk menyajikan materi dengan permasalahan-permasalahan yang mampu mengubah kemampuan bernalar mahasiswa menjadi lebih baik.

Buku ini masih dalam tahap membentuk fondasi penalaran mahasiswa, sehingga konten materi yang disajikan tidak menuntut mahasiswa mampu menguasai semua materi tetapi cukup untuk membentuk pola pikir mahasiswa melalui permasalahan yang diberikan secara terstruktur. Buku ini terdiri dari 6 BAB yang terdiri dari:

1. Penalaran Matematis, isi dalam bagian ini bertujuan sebagai pengantar atau ide dasar yang akan dikembangkan dalam memecahkan masalah matematika diskrit. Selain itu terdapat istilah bernalar secara deduktif maupun secara induktif. Pada bagian ini, tidak ada penjelasan mengenai bagaimana memahami istilah logika.
2. Konsep Dasar Matematika Diskrit, isi pada bagian ini bertujuan sebagai pengantar dalam memahami matematika diskrit yang terdiri dari manfaat belajar matematika diskrit, permasalahan sehari-hari yang terkait dengan matematika diskrit. Pada bagian ini juga ditambahkan konsep dasar dalam memahami matematika diskrit, yakni Konsep Induksi Matematika.
3. Kombinatorika, fondasi utama pada buku ini, terletak pada materi kombinatorika. Jika pembaca tidak mampu memahami permasalahan kombinatorik, maka untuk melangkah ke materi selanjutnya sangat sulit. Materi ini terdiri dari Aturan

Perkalian, Aturan Penjumlahan, Permutasi dan Kombinasi, Binomial dan Multinomial, dan Prinsip Sarang Merpati (*Pigeonhole principle*) yang disusun dengan memberikan permasalahan yang bersifat penerapan.

4. Fungsi Pembangkit, isi pada bagian ini bertujuan sebagai bentuk pengembangan permasalahan kombinatorik yang terbagi atas pendistribusian objek-objek yang identik dan objek-objek yang berbeda serta menentukan banyaknya solusi bulat dari suatu persamaan linear beberapa peubah dengan syarat tertentu. Materi dalam bagian ini terfokus pada Fungsi Pembangkit Biasa dan Fungsi Pembangkit Eksponensial.
5. Relasi Rekursi, inti materi pada bagian ini membahas tentang konsep dasar relasi rekursif, akar-akar karakteristik dari relasi rekursif dengan koefisien linear dan homogen berorde- $n$ , relasi rekursif dengan fungsi pembangkit, derangement dan sistem relasi rekursif.
6. Prinsip Inklusi-Eksklusi, pada materi ini akan dibahas mengenai konsep dasar prinsip inklusi dan eksklusi serta penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Selain itu, dapat juga diperoleh keterkaitan antara permasalahan fungsi pembangkit yang mampu diselesaikan dengan menggunakan prinsip inklusi dan eksklusi.

Dalam buku ini, masih ada beberapa materi yang tidak dimasukkan seperti teori graf. Tetapi materi-materi yang ada dalam buku ini dapat dikategorikan mempunyai pembahasan yang mendalam yang disertai contoh soal dan solusi permasalahannya yang mampu menumbuhkan kemampuan bernalar mahasiswa. Materi dalam buku ini diambil dari berbagai referensi dan beberapa hasil penelitian yang setiap judulnya dicantumkan pada halaman Daftar Pustaka. Sedangkan soal-soal yang disajikan, beberapa diantaranya merupakan soal olimpiade ditingkat Nasional dan Internasional. Kemudian pada akhir setiap BAB, diberikan kesimpulan setiap materi dan permasalahan yang mampu menumbuhkan daya nalar melalui unjuk kerja terstruktur (Pengembangan Penalaran).

Buku ini dirancang untuk merevisi buku-buku yang dijadikan bahan acuan dan tidak sesuai dengan struktur dan pola pikir mahasiswa, terkadang ada beberapa buku referensi dalam memahami setiap teorema dan pembuktiannya sangat sulit untuk dipahami, jadi melalui buku ini diharapkan mampu menumbuhkan daya nalar mahasiswa dan daya nalar tersebut mampu membentuk pola pikir mahasiswa bukan dalam hal menyelesaikan permasalahan Matematika Diskrit secara benar, Melainkan pola pikir yang menentukan masa depan mahasiswa sebagai generasi emas anak bangsa.

Palopo, Januari 2022

Penulis

## Daftar Isi

PRAKATA	iii
Daftar Isi	vii
BAB I Penalaran Matematis	1
A. Konsep Penalaran Matematis	2
B. Penalaran Induktif	17
C. Penalaran Deduktif	27
BAB II Pengantar Dasar Matematika Diskrit	40
A. Konsep Dasar Matematika Diskrit	41
B. Induksi Matematika	49
BAB III Kombinatorika	82
A. Konsep Dasar Kombinatorika	83
B. Aturan Perkalian (Multiplication Rule)	86
C. Aturan Penjumlahan (Addition Rule)	96
D. Permutasi dan Kombinasi	102
E. Koefisien Binomial	131
F. Pigeonhole Principle	146
BAB IV Fungsi Pembangkit	166
A. Konsep Awal Fungsi Pembangkit	167
B. Fungsi Pembangkit Biasa	173
C. Aplikasi Fungsi Pembangkit Biasa	181
D. Fungsi Pembangkit Eksponensial	201
BAB V Relasi Rekursif	220
A. Konsep Dasar Relasi Rekursif	221
B. Relasi Rekursif Linear dengan Koefisien Konstan dan Homogen Orde-n	229
C. Relasi Rekursif dengan Fungsi Pembangkit	240

D. Derangement	249
E. Sistem Relasi Rekursif	255
BAB VI Prinsip Inklusi-Eksklusi	269
A. Konsep Dasar Inklusi dan Eksklusi	270
B. Prinsip Inklusi dan Eksklusi Secara Umum	294
Bibliografi	308
Daftar Istilah	309
Indeks	313

# BAB I

## Penalaran Matematis

### Tujuan Instruksional

#### Kompetensi Dasar

Mahasiswa mampu memformulasikan dan mengembangkan kemampuan penalaran melalui pemecahan masalah diskrit dalam kehidupan sehari-hari dengan teori-teori yang ada dalam bahasan matematika diskrit seperti konsep dasar matematika diskrit, kombinatorika, fungsi pembangkit, relasi rekursi dan prinsip ekklusi-inklusi.

#### Standar Kompetensi

Mahasiswa mampu memahami konsep penalaran dan menentukan kebenaran dengan logika

#### Indikator

Setelah mempelajari Penalaran Matematis yang dijadikan fokus pengembangan agar menjadi bahan masukan dalam mengembangkan kemampuan penalaran Selain itu mahasiswa diharapkan dapat:

1. Memahami konsep penalaran yang sangat berkontribusi bagi perkembangan kemampuan matematika seseorang
2. Memahami konsep penalaran deduktif dan induktif dalam menyelesaikan suatu permasalahan diskrit;
3. Memahami permasalahan nyata mengenai kesulitan dalam memecahkan permasalahan diskrit;
4. Memahami konsep logika yang menjadi prasyarat untuk materi lanjutan.

#### Alokasi Waktu

1 Pertemuan (3 → 50 menit)

#### Metode Pembelajaran

Kolaboratif Learning, Diskusi dan Tanya Jawab, Student Active Learning